

Recibido 11 de agosto de 2022. Aceptado 09 de diciembre de 2022. Publicado 30 de abril de 2023.

ISSN: 2448-7775

Ubicación Óptima de PMU para Estimación de Estado

M. LLAMAS RIVAS¹, C. R. FUERTE ESQUIVEL¹, E. A. ZAMORA CÁRDENAS^{2*}, V. J. GUTIÉRREZ MARTÍNEZ²,
A. PIZANO MARTÍNEZ².

¹Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.

²Universidad de Guanajuato.

*Autor de Correspondencia: ezamora@ugto.mx

RESUMEN Este artículo propone un nuevo método basado en un nuevo modelo de optimización para la ubicación óptima de PMUs en sistemas de potencia, desde un punto de vista de estimación de estado, el cual utiliza programación lineal entera como algoritmo de solución. El método fue diseñado para minimizar el número de PMUs garantizando una observabilidad completa del sistema de potencia, considerando mediciones virtuales de inyección de corrientes. Esta metodología propone modificar el nivel de observabilidad de buses específicos donde se puede prescindir de la instalación de un PMU y no requiere del uso de las reglas de observabilidad; combina estratégicamente restricciones de igualdad y desigualdad, lo cual evita la necesidad de hacer cambios de topología en la red, y por tanto, de su matriz de incidencia nodal asociada. Además, se presenta un análisis de confiabilidad del sistema de medición considerando contingencias como la pérdida de un solo PMU.

PALABRAS CLAVE— Ubicación óptima, PMU, optimización, estimación de estado.

INTRODUCCIÓN

El Estimador de Estado (EE) es una de las aplicaciones más importantes que componen el conjunto de funcionalidades de los Sistemas de Control de Energía (SCE), en los cuales se determinan las acciones de operación y control de los modernos Sistemas Eléctricos de Potencia (SEP) [1-3]. Su función es fundamental para monitorear el estado operativo de los SEP, ya que su salida es utilizada como condición inicial para importantes estudios en estado estacionario y transitorio que se realizan en línea y fuera de línea en SCE, para garantizar una operación segura y confiable del sistema. En este sentido, mientras más preciso, eficiente y confiable sea un EE, más efectivas y precisas serán las decisiones de control que se tomen en el SCE.

Además de la exactitud del modelo de red y de la formulación matemática del problema de optimización, la precisión de un EE depende en gran medida del esquema de medición disponible para el EE. Actualmente, los Sistemas de Medición de Área Amplia (SMAA) son los sistemas de medición más avanzados y son altamente confiables, ya que se basan en Unidades de Medición Fasorial (PMU, por sus siglas en inglés), ellos pueden proporcionar mediciones fasoriales sincronizadas en tiempo real al EE [4-5]. Debido a su alto índice de muestreo y su capacidad de sincronización, los PMUs proporcionan información más detallada y precisa acerca de la operación en estado estable y transitoria de un SEP, que aquella que proporcionan otras tecnologías de medición existentes [6-7], por lo que su integración gradual a los sistemas de potencia está propiciando el desarrollo de

nuevos algoritmos y metodologías cada vez más eficientes para el monitoreo y control del SEP [8].

El tipo de mediciones disponibles y su distribución a lo largo y ancho de su topología, determina la cantidad de buses observables en una red eléctrica. Cuando la cantidad de mediciones disponibles es suficiente para observar todos los buses de dicha red, se dice que la red eléctrica tiene observabilidad completa [9].

En un EE un análisis de observabilidad de la red eléctrica es necesario para determinar si el conjunto disponible de mediciones es suficiente para estimar todas las variables de estado del sistema de potencia, debido a que la observabilidad completa de la red es una condición necesaria para estimar el vector completo de variables de estado de un SEP. En este sentido, es importante tomar en cuenta que un solo PMU proporciona la medición fasorial tanto del voltaje en el bus donde está ubicado como de las corrientes de las ramas que salen de él. Empleando además las leyes de Kirchhoff y de Ohm un solo PMU permite observar el bus donde es colocado y sus buses adyacentes. Tomando esto en cuenta, un sistema de potencia puede ser completamente observable con un conjunto menor de PMU que el número total de buses, si los conjuntos de medición y su distribución son suficientes para estimar su estado actual de operación [9]. Por tanto, importantes estrategias de Ubicación Óptima de PMU (UOP) han sido desarrolladas por diversos grupos de investigación alrededor del mundo, donde generalmente el planteamiento del problema consiste en reducir al mínimo posible la cantidad de PMUs requeridos, así como determinar su ubicación óptima para poder observar la totalidad de los buses de un sistema de potencia [10-11]. En este sentido, una

de las estrategias de reducción del número de PMUs más relevantes y utilizadas en la mayoría de los trabajos de investigación propuestos en las últimas 2 décadas, consiste en fusionar cada uno de los Buses de Inyección Cero (BIC) con alguno de sus buses adyacentes, reduciendo así el número de buses disponibles para la ubicación de PMU [12].

Debido a que la efectividad del método de fusión de buses es independiente del tipo de estudio o investigaciones realizadas en los trabajos de investigación propuestos, su preferencia en estudios de UOP ha permanecido vigente a través de muchos años. Por ejemplo, en 2005 [13], los autores utilizaron fusión de buses junto con el algoritmo de Programación Lineal Entera (PLE) para obtener la UOP, donde se mostró el efecto de la integración de PMU en el desempeño computacional y en el proceso de eliminación de datos erróneos en EE. En 2009, se utilizó junto con los algoritmos de solución *Branch and Bound* y *Genético* para obtener la UOP obteniendo un menor número de PMUs que con otros algoritmos existentes [14]. Mientras que en 2016 se utilizó el método junto con la propuesta de 3 reglas para determinar el mejor candidato a fusionarse con los BIC. La solución del problema de UOP se obtuvo con el algoritmo de PLE [15]. Además, en 2020 la fusión de buses y el algoritmo de solución de polinización de flores se utilizaron para determinar la UOP considerando la investigación de los casos de falla de un solo PMU y la salida de operación de una sola línea [16].

Aunque es uno de los métodos más efectivos reduciendo el número de PMU, cuando se utiliza la fusión de BIC no es posible observar todos los buses del sistema, por tanto, el estado del sistema no puede ser estimado utilizando la UOP obtenida originalmente. Para sobrellevar este inconveniente, ha sido una práctica común utilizar reglas de observabilidad basadas en las Leyes de Kirchhoff y de Ohm, las cuales permiten calcular voltajes de bus y corrientes de rama para ser consideradas como pseudo-mediciones [17]. De esta manera se logra alcanzar la observabilidad completa del sistema y, por tanto, es posible estimar el estado de operación de todo el sistema [18]. Sin embargo, debido a que es un método topológico, la fusión de cada BIC implica la necesidad de hacer cambios en la topología del sistema, es decir, modificaciones de las restricciones de observabilidad asociadas con la estructura de la matriz de incidencia.

En esta investigación una nueva metodología topológica para determinar la UOP es propuesta. En lugar de la fusión de buses, esta propuesta alternativa utiliza las inyecciones de corriente en BIC como mediciones virtuales, las cuales, son mediciones no físicas de la Ley de Corrientes de Kirchhoff en buses que no tienen ni generación ni carga, es decir, las mediciones virtuales son la suma de las corrientes que entran y salen de este tipo de bus, las cuales, siempre serán igual a cero aunque no se encuentren físicamente presentes. De esta forma se evita la necesidad de hacer cambios de topología. En lugar de hacer modificaciones a la estructura de la matriz de incidencias, esta propuesta consiste en determinar el nivel de observabilidad que requieren sus restricciones de desigualdad, cuyo valor es seleccionado de acuerdo con la identificación de 3 tipos de buses específicos, en los cuales

se puede prescindir de la ubicación de PMU porque son observables.

Con el uso de las mediciones virtuales de inyección de corrientes en BIC, la metodología propuesta permite garantizar la observabilidad completa del sistema sin la necesidad de utilizar reglas de observabilidad ni de calcular pseudo-mediciones. La propuesta obtiene resultados similares a los obtenidos con el método de fusión de buses sin cambios de topología y sin utilizar reglas de observabilidad. Además del modelo propuesto para desarrollar esta nueva metodología, esta propuesta presenta el análisis de los casos de incremento de la confiabilidad de la solución de la UOP para un conjunto de buses específico y para todos los buses del sistema ante contingencias de la pérdida de un solo PMU.

Para probar la metodología propuesta se utilizaron los sistemas de 14, 30 y 57 buses del IEEE, cuyos resultados de simulación se obtuvieron utilizando el algoritmo de solución de PLE del toolbox de optimización de Matlab [19].

I. DISEÑO DE LA METODOLOGÍA PROPUESTA

Considerando un punto de vista de EE, el método propuesto se diseñó para obtener la UOP, que permita obtener la cantidad mínima necesaria de PMU cuya distribución proporcione una observabilidad completa y poder estimar el vector de estados completo de un sistema.

En esta propuesta cada BIC de la red eléctrica es considerado contar con mediciones virtuales de inyección de corrientes, con las cuales se observan tanto las variables de estado del propio BIC como las de sus buses adyacentes, como son buses terminales y/o buses de paso adyacentes a un BIC. Por ejemplo, la ecuación lineal (1) representa a una medición de inyección de corrientes que es virtualmente ubicada en el BIC (bus 7) del sistema IEEE14, que se muestra en la Fig. 1, donde θ y r son el valor de la medición virtual de inyección de corrientes y su residuo, respectivamente, mientras que el resto de los términos son la suma de corrientes saliendo del bus 7 y representa la relación lineal de las variables de estado con dicha medición virtual.

La integración de (1) en el esquema de medición de un EE permite observar y estimar las variables de estado en los buses 4, 7, 8 y 9 de la red.

$$\theta = I_{7-4} + I_{7-8} + I_{7-9} + r. \quad (1)$$

Debido a que las mediciones de inyección de corrientes pueden ser virtualmente ubicadas en todos los BIC de la red, su implementación no representa ningún costo económico ni por su valor ni por su instalación. Además, proporcionan mayor precisión que los PMUs, ya que por su naturaleza virtual no contienen error de medición.

Tomando en cuenta estas ventajas, en este trabajo de investigación se presenta un análisis de UOP considerando mediciones virtuales de inyección de corrientes en todos los BIC de la red eléctrica, para obtener la observabilidad completa de la red y un proceso de estimación de estado más preciso.

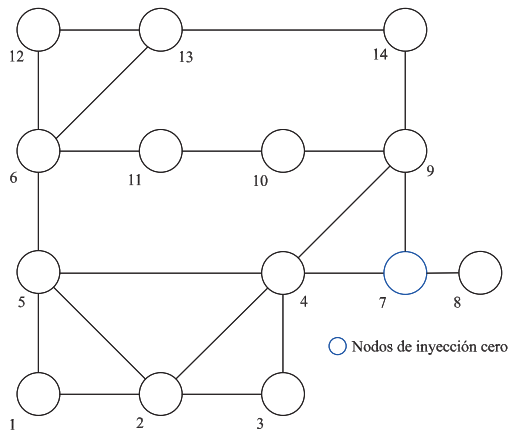


Fig. 1. Sistema de 14 buses del IEEE.

II. MODELO DE OPTIMIZACIÓN PARA UOP

Considerando el planteamiento del problema descrito en la sección anterior, el problema de optimización para el análisis de UOP es formulado para minimizar el número de PMUs, garantizando la observabilidad completa de la red, desde un punto de vista de estimación de estado. El modelo propuesto utiliza restricciones de igualdad para considerar el efecto de la ubicación de mediciones virtuales de inyección de corrientes en los BIC de la red, así como el efecto en sus buses adyacentes. Además, en lugar de modificar la estructura de la matriz de incidencia nodal, utiliza diferentes niveles de observabilidad para la definición de las restricciones de desigualdad, como se muestra a continuación:

$$\text{Min} \sum_{i=1}^N x_i, \quad (2)$$

sujeto a

$$x_k = 0, \quad \forall k = 1, \dots, N_{BIC} \quad (3)$$

$$x_m = 0, \quad \forall m = 1, \dots, N_{T \in BIC} \quad (4)$$

$$x_l = 0, \quad \forall l = 1, \dots, N_{P \in BIC} \quad (5)$$

$$\mathbf{A}_{N \times N} \mathbf{X}_{N \times 1} \geq \mathbf{B}_{N \times 1} \quad (6)$$

Donde \mathbf{A} es la matriz de incidencia de los buses de la red, cuya estructura se conforma de la siguiente manera:

$$\mathbf{A}(i, j) = \begin{cases} 1, & \text{si } j = i \text{ o } j \in i \\ 0, & \text{de otro modo} \end{cases}, \quad (7)$$

\mathbf{X} representa el estatus del conjunto de variables de decisión, es decir, indica si el i -ésimo bus de la red eléctrica está equipado o no con un PMU, como se muestra a continuación,

$$\mathbf{X}_{N \times 1} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_N]^T, \quad x_i \in \{0, 1\} \quad (8)$$

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{si un PMU es ubicado en el bus } i \\ 0, & \text{de otro modo} \end{cases}, \quad (9)$$

\mathbf{B} representa el estatus del nivel de observabilidad que se requiere garantizar en cada uno de los buses del sistema, su estructura se conforma de acuerdo con la siguiente definición,

$$\mathbf{B}_{N \times 1} = [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_N]^T, \quad b_i \in \{0, 1\} \quad (10)$$

$$b_i = \begin{cases} 0, & \text{si es un BIC, un bus adyacente} \\ & \text{a un BIC (nodo terminal o} \\ & \text{nodo de paso).} \\ 1, & \text{de otro modo} \end{cases}. \quad (11)$$

N , N_{BIC} , $N_{T \in BIC}$ y $N_{P \in BIC}$ son el número total de buses del sistema, número de BIC, número de buses terminales adyacentes a un BIC y el número de buses de paso adyacentes a un BIC con el menor índice de conectividad. Es importante señalar que para el último caso se elige solo un bus de paso por cada BIC.

En esta propuesta la Ley de Corrientes de Kirchhoff que se cumple en los BIC, se considera como mediciones de inyección de corrientes que están disponibles en un formato virtual. Por tanto, las restricciones de igualdad (3) son implementadas para aprovechar el uso de tales mediciones virtuales en lugar de ubicar e incrementar el número de PMUs en BIC. Similarmente, las restricciones (4) y (5) se han desarrollado para garantizar la no ubicación de PMU en buses terminales y/o de paso adyacentes a un BIC que pueden ser indirectamente observados por dicho BIC, y por tanto estimados. Ambos tipos de buses adyacentes a un BIC se encuentran definidos en (11).

Finalmente, las restricciones de desigualdad (6) garantizan que se cumpla el objetivo de la UOP con el nivel de observabilidad, \mathbf{B} , requerido en cada uno de los buses del sistema. El nivel de observabilidad en cada bus puede tomar únicamente el valor de 0 o 1 como se indica en (10), donde 0 es asignado a las restricciones de los BIC, buses terminales y buses de paso que son adyacentes a un BIC, mientras que 1 es asignado a las restricciones del resto de buses del sistema que están disponibles para la ubicación de un PMU.

III. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

El método propuesto se implementó en un código digital desarrollado en MATLAB. El código digital utiliza el método de PLE del toolbox de optimización de MATLAB para la solución del problema [19]. Los resultados de simulación se obtuvieron utilizando los sistemas de 14, 30 y 57 buses del IEEE, como sistemas de prueba.

Para validar la propuesta, los resultados de simulación obtenidos son presentados en comparación con los resultados de simulación obtenidos utilizando el algoritmo de UOP basado en la técnica de fusión de buses, los cuáles también están reportados en la literatura abierta disponible [15].

A. EJEMPLO DE APLICACIÓN DEL MODELO PROPUESTO

Esta sección se ha desarrollado para mostrar la aplicación detallada y paso a paso del método de UOP propuesto. Para llevar a cabo tal demostración, se utilizó el sistema de prueba IEEE14 que se muestra en la Fig. 1. Esta red consta de 5 buses de inyección de potencia, 8 buses de carga y el bus 7 que es el único BIC de la red, el cual es considerado para ubicar virtualmente las mediciones de inyección de corrientes y hacer la red completamente observable, desde el punto de vista estimación de estado.

Para la aplicación de la propuesta, el primer paso del algoritmo consiste en activar las restricciones de igualdad (3) correspondientes a los BIC de la red, en este caso $x_7 = 0$. Una vez que esto sucede, el nivel de observabilidad de su correspondiente restricción de desigualdad, $B(7)$, es cambiado en (6) para obtener la siguiente restricción de desigualdad, $f_7 \geq 0$. Después, el algoritmo hace una búsqueda en la matriz de incidencia de buses, A , para identificar los buses con menor conectividad que son adyacentes a cada BIC, como son los buses terminales o los buses de paso. En este caso el algoritmo encuentra el bus terminal 8 y activa su correspondiente restricción de igualdad (4) haciendo $x_8 = 0$, donde similarmente al caso del BIC su correspondiente restricción de desigualdad es $f_8 \geq 0$.

Finalmente, el algoritmo de solución del problema de optimización basado en la técnica de PLE es aplicado incluyendo los conjuntos de restricciones de igualdad y desigualdad resultantes de la aplicación del método propuesto al sistema de prueba. Los conjuntos de restricciones resultantes de la aplicación del método propuesto, para el sistema IEEE14 son los que se muestran en la Tabla I.

TABLA I. RESTRICCIONES DE OBSERVABILIDAD, SISTEMA IEEE14.

Restricciones de desigualdad	Restricciones de igualdad	
	(BIC)	(Terminal)
$AX \geq B$		
$f_1 \geq 1$		
$f_2 \geq 1$		
$f_3 \geq 1$		
$f_4 \geq 1$		
$f_5 \geq 1$		
$f_6 \geq 1$		
$f_7 \geq 0$	$x_7 = 0$	
$f_8 \geq 0$		$x_8 = 0$
$f_9 \geq 1$		
$f_{10} \geq 1$		
$f_{11} \geq 1$		
$f_{12} \geq 1$		
$f_{13} \geq 1$		
$f_{14} \geq 1$		

La solución óptima obtenida por el método propuesto consta de 3 PMUs, los cuales deben ser ubicados en los buses {2, 6 y 9} de la red eléctrica. Para fines de validación de esta propuesta, cabe señalar que la solución de UOP encontrada es la misma encontrada por el método de fusión de buses [15, 20], como se muestra en la Tabla II. Es claro de la Fig. 2 que la UOP obtenida no proporciona una observabilidad completa de la red [12], ya que todos los buses de la red son observados excepto el bus 8. Por tanto, las mediciones de un PMU extra deberían ser adicionadas al esquema de medición para proporcionar observabilidad completa que requiere el EE del sistema para su ejecución [12]. Sin embargo, para evitar el incremento del número de PMU así como del costo de ello, en la mayoría de los trabajos de investigación reportados en la literatura abierta, se utiliza un procedimiento que consiste en aplicar las bien conocidas reglas de observabilidad [15,17], las cuáles permiten calcular sistemáticamente pseudo-mediciones de corrientes de rama y voltaje en buses no observados, y que son integradas a los esquemas de medición de los EEs.

Aunque este procedimiento es mucho más económico y permite obtener observabilidad completa de la red, está bien documentado que independientemente del método que se utilice para generar pseudo-mediciones, su uso tiene un impacto directo en el deterioro de la exactitud de los EEs [21-23].

En el caso del método propuesto, notar de la Tabla II que las restricciones de igualdad excluyen a los buses 7 y 8 de la posibilidad de ubicación de PMU, debido a que son identificados por el algoritmo como el BIC y el bus terminal, respectivamente. Sin embargo, la ubicación virtual de mediciones de inyecciones de corriente en el bus 7, permite obtener un esquema de medición que proporcione observabilidad completa de la red, sin necesidad de añadir un PMU extra o la integración de pseudo-mediciones calculadas mediante reglas de observabilidad.

TABLA II. ANÁLISIS DE UOP CON SISTEMA IEEE14.

Método	Número de PMUs	Ubicación de PMUs	Observabilidad
Fusión de buses	3	2, 6, 9	15
Propuesto	3	2, 6, 9	15

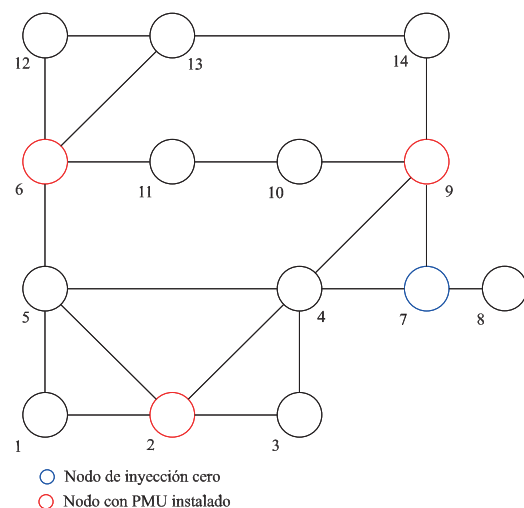


Fig. 2. Solución de UOP, Sistema IEEE14.

Entonces, la ubicación virtual de mediciones de inyecciones de corriente en el bus 7, permite obtener un esquema de medición que proporcione observabilidad completa de la red, sin necesidad de añadir un PMU extra o la integración de pseudo-mediciones calculadas mediante reglas de observabilidad. Además, las mediciones virtuales son bien conocidas como mediciones perfectas porque no introducen error al EE. Es importante señalar que estas son las principales contribuciones que el método propuesto aporta con respecto al método de fusión de buses.

La **Tabla III** muestra la comparación de los resultados obtenidos con ambos métodos de UOP utilizando los sistemas de 30, y 57 del IEEE. Las columnas 1 y 2 muestran el sistema y el método utilizado en cada caso de estudio, mientras que las columnas 3 y 4 muestran el número óptimo de PMU obtenido por cada método, y la ubicación óptima de PMU en cada caso. Por último, en la columna 5 se muestra el índice de observabilidad (Obs), es decir, el número de veces que los conjuntos de PMUs obtenidos observan a todos los buses del sistema. Es importante señalar que estos índices son utilizados para seleccionar la mejor solución entre las soluciones óptimas con mínimo local obtenidas por ambos métodos. Es claro de la **Tabla III** que para el sistema IEEE30 ambos métodos obtuvieron la misma cantidad, ubicación y nivel de observabilidad de PMU, mientras que en el caso del sistema IEEE57 el método propuesto obtuvo un PMU menos que con el método de fusión de buses, lo cual a su vez proporciona diferente ubicación y nivel de observabilidad de los PMU.

B. CONFIABILIDAD ANTE LA PÉRDIDA DE UN PMU

Un análisis del incremento de la confiabilidad del sistema de medición ante la pérdida de un PMU específico se puede obtener utilizando el mismo modelo (2)-(11). Esto es posible utilizando una pequeña variante en dicho modelo, la cual consiste en asignar el valor de 2 a las restricciones de desigualdad correspondientes a cada grupo de buses conformado por cada bus en donde se quiere garantizar su observabilidad y sus buses adyacentes. A manera de ejemplo, considerar que se requiere incrementar la confiabilidad del sistema de medición ante la pérdida únicamente de un PMU ubicado en el bus 6 del sistema IEEE14.

Observando la **Fig. 1** es claro que ante la pérdida de un PMU ubicado en el bus 6, la confiabilidad de este bus y sus buses adyacentes {5, 11, 12 y 13} debe ser incrementada para mantener su observabilidad, lo cual se logra asignando un valor de 2 al nivel de observabilidad de sus correspondientes restricciones de desigualdad, como se observa en la columna 1 de la **Tabla IV**. Además, las restricciones correspondientes a los buses {7 y 8} se igualan a cero como se describió en la sección anterior, mientras que el 1 es asignado a las restricciones de desigualdad del resto de buses del sistema.

La única solución óptima encontrada para este escenario requiere de 4 PMUs ubicados en los buses {2, 6, 10 y 13}, de manera que ante la pérdida del PMU en el bus 6 este se mantiene observado por el PMU ubicado en el bus 13, mientras que los buses observados originalmente por el PMU

en el bus 6, los cuales son {5, 11 12} se mantienen observados por los PMUs ubicados en los buses {2, 10 y 13}, respectivamente.

La **Tabla V** muestra las soluciones de las UOPs para garantizar la observabilidad completa ante la falla de los PMU de la solución original {2, 6, 9}. Para el caso de falla en el PMU ubicado en el bus 2 se requieren 5 PMUs, como se puede observar en la tabla, donde es claro que tal solución garantiza la observabilidad completa ya que ante la pérdida del PMU instalado en el bus 2 este queda observado por los PMUs de los buses {4 y 5}, mientras que los buses {1 y 3} quedan observados por los PMUs de los buses {5 y 4}, respectivamente. Para el caso de falla en el PMU ubicado en el bus 9 la tabla muestra que se requieren 4 PMUs, donde es claro que cuando se pierde el PMU ubicado en el bus 9 este se mantiene observado por el PMU del bus 10, mientras que los buses {4 y 14} permanecen observados por los PMUs de los buses {2 y 13}, respectivamente. Finalmente, es claro que para garantizar la observabilidad completa ante la pérdida de uno de los 3 PMUs de la UOP original, se requiere ubicar más PMUs de manera preventiva, lo cual es obvio ya que para proporcionar mayor confiabilidad hay que incrementar el número de PMUs y, por tanto, el costo.

TABLA III. ANÁLISIS DE UOP CON OTROS SISTEMAS.

Sistema	Método	PMU	UOP	Obs
IEEE30	Fusión de buses	7	2,4,10,12, 19,24,27	35
	Propuesto	7	2,4,10,12, 19,24,27	35
IEEE57	Fusión de buses	12	1,6,9,10, 15,19,25,28, 32,49,53,56	54
	Propuesto	11	1,6,10,15, 19,29,30,32, 41,49,54	47

TABLA IV. RESTRICCIONES PARA PÉRDIDA DEL PMU EN EL BUS 6.

Restricciones de desigualdad	Restricciones de igualdad	
	(BIC)	(Terminal)
$AX \geq B$		
$f_1 \geq 1$		
$f_2 \geq 1$		
$f_3 \geq 1$		
$f_4 \geq 1$		
$f_5 \geq 2$		
$f_6 \geq 2$		
$f_7 \geq 0$	$x_7 = 0$	
$f_8 \geq 0$		$x_8 = 0$
$f_9 \geq 1$		
$f_{10} \geq 1$		
$f_{11} \geq 2$		
$f_{12} \geq 2$		
$f_{13} \geq 2$		
$f_{14} \geq 1$		

TABLA V. UOPs PARA MANTENER OBSERVABILIDAD COMPLETA.

PMU fallado	Solución para mantener la observabilidad completa
6	2, 6, 10 y 13
2	2, 4, 5, 6 y 9
9	2, 9, 10 y 13

IV. CONCLUSIONES

Se propuso un nuevo método para la ubicación óptima de PMU en sistemas de potencia desde un punto de vista de estimación de estado. El método fue diseñado considerando mediciones virtuales de inyección de corrientes, para garantizar la observabilidad completa de los sistemas de potencia, minimizando el número de PMUs. Aunque el método propuesto se basa en la técnica topológica, este no requiere de cambios de topología ni de una reestructuración de la matriz de incidencia de buses. La comparación de resultados de simulación con el método de fusión de buses demuestra que la consideración de mediciones virtuales de inyección de corrientes proporciona mejores resultados que con la estrategia de utilizar reglas de observabilidad. Además, la confiabilidad de la metodología propuesta demostró ser efectiva ante la pérdida de un PMU.

REFERENCIAS

[1] F. C. Schweppe and E. J. Handschin, "Static state estimation in electric power systems," *Proc. of the IEEE*, vol. 62, pp. 972-982, 1974.

[2] F. C. Schweppe and D. B. Rom, "Power system static-state estimation, Part II: Approximate model," in *IEEE Trans. On Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-89, no. 1, pp. 125-130, Jan 1970. doi: 10.1109/TPAS.1970.292679.

[3] F. C. Schweppe, "Power system static-state estimation, Part III: Implementation," in *IEEE Trans. On Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-89, no. 1, pp. 130-135, Jan 1970. doi: 10.1109/TPAS.1970.292680.

[4] A. G. Phadke, "Synchronized phasor measurements in power systems," in *IEEE Computer Applications in Power*, vol. 6, no. 2, pp. 10-15, April 1993. doi: 10.1109/67.207465.

[5] Muhayimana O. and Toman P., "A Review on Phasor Measurement Units and their Applications in Active Distribution Networks," *2022 IEEE PES/IAS PowerAfrica*, Kigali, Rwanda, 2022, pp. 1-5. doi: 10.1109/PowerAfrica53997.2022.9905351.

[6] M. Naglic, M. Popov, M. A. M. M. van ver Meijden and V. Terzija, "Synchro-Measurement Application Development Framework: An IEEE Standard C37.118.2-2011 Supported MATLAB Library," in *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 67, no. 8, pp. 1804-1814, Aug. 2018, doi: 10.1109/TIM.2018.2807000.

[7] Joshi, N., & Khandelwal, A. (2023, January). "Importance of Phasor Measurement Unit in Modern Power System," *2023 5th International Conference on Smart Systems and Inventive Technology (ICSSIT)*, Tirunelveli, India, 2023, pp. 23-26, doi: 10.1109/ICSSIT55814.2023.10060942.

[8] G. C. Patil and A. G. Thosar, "Application of synchrophasor measurements using PMU for modern power systems monitoring and control," *2017 International Conference on Computation of Power, Energy Information and Communication (ICCPEIC)*, Melmaruvathur, India, 2017, pp. 754-760, doi: 10.1109/ICCPEIC.2017.8290464.

[9] Kotha, S. K. and Rajpathak, B., "Power system state estimation using non-iterative weighted least square method based on wide area measurements with maximum redundancy," *Electric power systems research*, vol. 206, May 2022. https://doi.org/10.1016/j.epsr.2022.107794.

[10] Johnson, T, Moger, T., "A critical review of methods for optimal placement of phasor measurement units," *Int Trans Electr Energy Syst.* 2021, https://doi.org/10.1002/2050-7038.12698.

[11] A. Abdulkareem, D. Ogbe, T. Somefun, "Review of Different Methods for Optimal Placement of Phasor Measurement Unit on the Power

System Network," *Adv. Sci. Technol. Eng. Syst. J.*, vol. 5, no. 6, pp. 1071-1081, 2020. doi: 10.25046/aj0506130.

[12] K. K. Bala, R. K. Mercy, R. N., "Complete and incomplete observability analysis by optimal PMU placement techniques of a network," *Journal of Electrical Engineering and Technology*, vol. 13, no. 5, p. 1814-1820, 2018. https://doi.org/10.5370/JEET.2018.13.5.1814.

[13] X. Bei, Y.J. Yoon and A. Abur, "Optimal placement and utilization of phasor measurements for state estimation," *PSERC Publication*, vol. 1, 2005.

[14] B. Mohammadi-Ivatloo, "Optimal placement of PMUs for power system observability using topology based formulated algorithms," *Journal of Applied Sciences*, vol. 9, no. 13, p.p. 2463-2468, 2009.

[15] N.H.A. Rahman and A.F. Zobaa, "Optimal PMU placement using topology transformation method in power systems," *Journal of Advanced Research*, vol. 7, no. 5, pp. 625-634, Sept. 2016. https://doi.org/10.1016/j.jare.2016.06.003.

[16] A.A. Abdelsalam, et al., "Optimal PMUs placement considering ZIBs and single line and PMUs outages," *AIMS Energy*, 2020, vol. 8, no 1, p.p. 122-141, 2020. DOI: 10.3934/energy.2020.1.122.

[17] M. Baba, et. al., "Strategic and Significant Method for the Optimal Placement of Phasor Measurement Unit for Power System Network," *Symmetry*, vol. 12, no. 7, pp. 1-15, 2020. 1174. doi:10.3390/sym12071174

[18] A. Mishra and R. A. de Callafon, "Algebraic Approach to PMU Placement for Minimum Variance Linear State Estimation in Power Networks," in *IEEE Transactions on Power Systems*, 2022, doi: 10.1109/TPWRS.2022.3217013.

[19] MATLAB Optimization Toolbox, The MathWorks, Natick, MA, USA. Available from: https://www.mathworks.com/help/optim.

[20] B. Xu and A. Abur, Optimal placement of phasor measurement units for state estimation. Final project report, PSERC 2005.

[21] K. Clements, "The impact of pseudo-measurements on state estimator accuracy," *IEEE Power and Energy Society General Meeting*, Detroit, MI, USA, 2011, pp. 1-4, doi: 10.1109/PES.2011.6039370.

[22] B. Ozsoy, and M.A. Gol, "A Hybrid State Estimation Strategy with Optimal Use of Pseudo-Measurements," *2018 IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Conference Europe (ISGT-Europe)*, Sarajevo, Bosnia and Herzegovina, 2018, pp. 1-6, doi: 10.1109/ISGTEurope.2018.8571513.

[23] M. Farajollahi, A. Shahsavari and H. Mohsenian-Rad, "Linear Distribution System State Estimation Using Synchrophasor Data and Pseudo-Measurement," *2019 International Conference on Smart Grid Synchronized Measurements and Analytics (SGSMA)*, College Station, TX, USA, 2019, pp. 1-6, doi: 10.1109/SGSMA.2019.8784644.

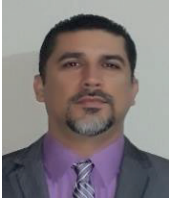
BIOGRAFÍAS



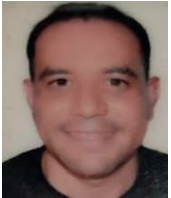
MARIO LLAMAS-RIVAS Recibió el título de Ingeniero Electricista de la Universidad de Guanajuato, Guanajuato, México, en 2020, y el grado de Maestría en Ciencias en Ingeniería Eléctrica de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia, México, en 2022. Actualmente es Supervisor Operativo en la Gerencia del Centro Nacional de Control de Energía, Ciudad de México, México. Sus áreas de interés son el desarrollo de aplicaciones de seguridad operativa en tiempo real incluyendo los sistemas WAMS.



CLAUDIO R. FUERTE ESQUIVEL (Fellow, IEEE) Recibió el grado de Doctor de la Universidad de Glasgow, Glasgow, Reino Unido, en 1997. Actualmente es profesor de tiempo completo de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia, México. Sus intereses de investigación actuales incluyen el estudio de sistemas flexibles de transmisión de CA e infraestructuras críticas.



ENRIQUE ARNOLDO ZAMORA CÁRDENAS Recibió el título de Ingeniero Mecánico Electricista de la Universidad de Colima, Colima, México, en 2001, y los grados de Maestría y Doctorado Ciencias en Ingeniería Eléctrica de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia, México, en 2004 y 2010, respectivamente. Actualmente es profesor de tiempo completo en la Universidad de Guanajuato, Salamanca, México. Sus intereses de investigación incluyen el análisis dinámico y de estado estacionario de sistemas inteligentes de energía eléctrica.



ALEJANDRO PIZANO MARTÍNEZ Recibió el título de Ingeniero Mecánico Electricista de la Universidad de Colima, Colima, México en 2001, y los grados de Maestría y Doctorado Ciencias en Ingeniería Eléctrica de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia, México, en 2004 y 2010, respectivamente. Es Profesor del Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Guanajuato, Salamanca, Guanajuato, México. Sus intereses de investigación se centran en la operación óptima, el análisis dinámico y de estado estable de los sistemas de energía modernos.



VICTOR J. GUTIERREZ MARTINEZ Recibió el título de Ingeniero y los grados de Maestría y Doctorado en Ciencias en Ingeniería Eléctrica de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (UMSNH), Morelia, México, en 2000, 2004 y 2011, respectivamente. Actualmente, es profesor de tiempo completo en la Universidad de Guanajuato, Salamanca, Guanajuato, México. Sus áreas de interés son el modelado y operación de sistemas de transmisión y distribución en el contexto de redes inteligentes.