

Recibido 03 de agosto de 2022. Aceptado 02 de diciembre de 2022. Publicado 23 de diciembre de 2022.

ISSN: 2448-7775

Estimación de estados en sistemas de potencia en tiempo real, Gerencia de Control Occidental; parte I: Teoría

CAMILO NARVAEZ PÉREZ^{1,2*}, HUGO HUMBERTO MORENO LÓPEZ¹, DANTE ARISTÓTELES GARCÍA CONEJO³, MANUEL ALEJANDRO TORRES AHUMADA¹, JOSÉ JUAN MEZA ESPINOZA⁴.

¹Centro Nacional de Control de Energía.

²Universidad Abierta a Distancia de México.

³Comisión Federal de Electricidad – Transmisión.

⁴Universidad de Guadalajara – CUCEI.

* Autor de correspondencia: camilo.narvaez@cenace.gob.mx

RESUMEN La supervisión de los sistemas eléctricos de potencia es una labor ardua y debe realizarse en todo momento, además, debido a la gran cantidad de datos, medidas, de tensión y potencia, principalmente, y estados que conforman una red eléctrica, la probabilidad de tener el 100 % de certeza, es decir, de que ningún error esté presente es prácticamente nula. Para ello se usan los estimadores de estados, que obtienen el estado óptimo, estadísticamente hablando de las medidas, alcanzándose porcentajes de certeza iguales ó mayores al 99 %. Esta aplicación se utiliza en la Gerencia de Control Occidental del Centro Nacional de Control de Energía. Esta investigación aborda los aspectos básicos de los estimadores de estado que aplican el método de mínimos cuadrados para el caso de las medidas.

PALABRAS CLAVE— Sistemas eléctricos de potencia, estimador de estados, centros de control de energía, mínimos cuadrados, función objetivo, residual, covarianza, flujos de potencia.

I. INTRODUCCIÓN

El desarrollo de la industria, así como el crecimiento poblacional en los últimos años ha sido vertiginoso y por consecuencia se está presentando un incremento de la demanda de energía eléctrica, causando una rápida expansión de los **Sistemas Eléctricos de Potencia (SEP)**, ya que las actividades de la población dependen en gran medida del suministro de energía eléctrica.

Los diferentes sistemas eléctricos regionales, necesitan para su interconexión y operación segura la instalación de **Controles Supervisorios y Sistemas de Adquisición de Datos (CSSAD ó SCADA en inglés: Supervisory Control And Data Acquisition)**, estos sistemas se instalan para facilitar la labor de los **Centros de Control de Energía (CCE)**.

En los CCE la seguridad de los SEP es el objetivo más importante de su operación y cuando no se logra operar con seguridad, se pone en riesgo la continuidad del servicio y la falta de éste provoca trastornos socioeconómicos graves. De ahí que se pueda decir que la seguridad del SEP juega un papel muy importante en la economía de cualquier nación.

Debido a la gran cantidad de datos, medidas y estados que conforman una red eléctrica, la probabilidad de tener el 100 % de certeza, es decir, de que ningún error esté presente es prácticamente nula. Es por ello por lo que se usan los **estimadores de estados**, que obtienen el estado óptimo, estadísticamente hablando, considerando:

- a) La topología de la red.
- b) Las medidas disponibles.
- c) El tipo de modelos de los elementos que conforman la red.

Dado un conjunto de medidas en un SEP, surgen las preguntas siguientes:

- ¿Cómo se puede decidir si los valores estimados son buenas aproximaciones?
- ¿Qué criterio deberá tomarse para dar el visto bueno a los valores estimados?
- ¿Cómo puede ser detectada e identificada una lectura de medición errónea?

Por lo antes mencionado se puede afirmar que previo a la evaluación de la seguridad o a la toma de acciones de control, se requiere realizar un estimado confiable de los estados del sistema. Ya que, al realizar un estudio de flujos de potencia, si se introducen errores graves en las entradas,

se pueden obtener resultados no útiles y tomar decisiones garrafales, en tiempo real o para estudios a futuro.

La estimación de estados requiere:

- El filtrado de errores en las medidas, para descartar errores evidentes.
- La determinación de la conformación de la red acorde a los estados de los elementos interruptivos.
- La determinación de la observabilidad de la red.
- La detección de medidas no gaussianas.

El estimador de estados no es más que un programa o **Aplicación de Potencia (AP)** que recibe, filtra, depura y calcula los estados de la red eléctrica. La mayoría de las AP de los CCE utilizan la información emanada del estimador de estados.

Los bancos de datos que se crean con los sistemas SCADA alimentan a AP diversas:

- **Despacho Económico (DE).**
- **Control Automático de Generación (CAG).**
- **Coordinación Hidrotérmica (CHT).**
- **Estimador de Estados (EE).**
- **Flujos de Potencia (FP).**
- **Flujos de Potencia Óptimos (FPO).**
- **Análisis de Contingencias (AC).**
- **Análisis de Fallas (AF).**
- **Pronóstico de Carga (PC).**
- **Análisis de la Seguridad de Tensión (ASV).**
- **Análisis de la Seguridad Dinámica (ASD).**
- Etcétera.

II. LA SEGURIDAD EN LOS SEP

El concepto de seguridad ha sido relativo en la historia de la industria eléctrica. Ya que a lo largo de las dos terceras partes del siglo XX, los principales aspectos concernientes con la seguridad fueron: garantizar la suficiente energía ante aumentos aleatorios de carga o la pérdida de tensión de un generador, y prever los efectos de la remoción de algún equipo primario por mantenimiento. En ese tiempo, la seguridad fue incluida dentro del problema de confiabilidad, y fue tomada en cuenta en los procesos de planificación para proveer un sistema robusto que pudiera soportar alguna serie de disturbios importantes sin sufrir serias interrupciones. Un claro ejemplo de este enfoque fue el sistema eléctrico de potencia americano (AEP), el cual, en 1974, soportó cinco tornados mayores simultáneamente, perdiendo 11 líneas de 345 kV, una línea de 500 kV, dos líneas de 765 kV, además de tres de las mayores subestaciones de paso ó switcheo, sin interrupción a los clientes.

El problema de seguridad tomó importancia a partir del apagón de 1965 en el noreste de los Estados Unidos. Posiblemente la primera mención en la literatura del concepto seguridad en el actual sentido, fue en los

procedimientos de la segunda conferencia de computación de SEP en 1966. Quizá el artículo más significativo es el de DyLiacco sobre relevadores adaptativos. En este trabajo se define el concepto de sistema de operación de estados y se introduce el problema del monitoreo de seguridad a través del análisis de contingencias [1].

Debido a que el concepto de seguridad fue un concepto abstracto, se definió la seguridad en términos de cómo se mide o monitorea. En el contexto de los SEP la seguridad puede ser calificada como la de ausencia de riesgo. Específicamente de riesgo de interrupción de continuidad en la operación del sistema. Esto es, la seguridad se definió como la habilidad del SEP para resistir sin serias consecuencias, alguna lista preseleccionada de disturbios (contingencias) posibles.

Desde la perspectiva de control, el objetivo durante la operación del SEP es mantener los flujos eléctricos, magnitudes de tensiones y ángulos, dentro de un límite aceptable, a pesar de los cambios en la demanda. Desde esta perspectiva, la seguridad puede ser definida como la probabilidad de que el sistema se encuentre en un punto de operación, donde los cambios en el sistema (contingencias) y medio ambiente (condiciones ambientales, clientes, carga, etcétera) no interrumpan la continuidad de la operación. A continuación, se darán dos definiciones claves que ayudan a entender el concepto de seguridad:

A. Análisis de contingencias. Es una herramienta computacional que se aplica en los CCE, para proporcionar a los operadores una indicación de cómo se comportará el sistema ante un evento planeado o no planeado. El uso del análisis de contingencia tiene como objetivo principal la detección y evaluación de posibles situaciones peligrosas al presentarse una contingencia en el SEP. La información obtenida se usa para adoptar y ejecutar las decisiones que conducen al SEP a un estado menos vulnerable (más seguro) dadas las condiciones y recursos presentes. Es decir, está basado en la idea de mostrar al operador el estado del sistema, para que éste pueda tomar acciones antes o después del evento y así evitar problemas de corte de energía a los consumidores. Esto tiene una justificación económica importante, ya que es deseable evitar sobrecargar los equipos o perder componentes debido a acciones de relevadores, causando cortes de energía a los consumidores.

B. Contingencia. Es un evento inesperado o aleatorio, que los operadores del sistema no esperan que ocurra. Las contingencias más típicas en los SEP consisten en la pérdida de unidades de generación o componentes de transmisión (líneas de transmisión, transformadores, generadores, etcétera). En suma, las contingencias pueden ser causadas por la remoción de equipo y cortos circuitos. Estas causas son clasificadas como internas y externas. Las causas internas surgen de fenómenos tales como el rompimiento de aislamiento, acción de relevadores por temperatura o simplemente una

operación incorrecta de los dispositivos relevadores. Las causas externas resultan de algunos efectos ambientales tales como descargas atmosféricas, vientos que transportan objetos (ramas, por ejemplo) que impactan los cables de los equipos eléctricos.

Los SEP son supervisados continuamente para observar su comportamiento, es por ello por lo que se requiere contar con una gran cantidad de mediciones para evaluar su desempeño. Esta información es recolectada en los CCE, pero no puede ser utilizada directamente ya que normalmente se encuentra contaminada por incertidumbres (parámetros de la red, topología de esta, etcétera) y errores (descompostura de medidores, ruido en las comunicaciones, entre otros), de ahí que se requiera de un proceso que valide esta información. El estimador de estado es un procesador de mediciones en línea, que aprovecha la información redundante recibida en los CCE, para hacer un filtrado de los errores de las mediciones por medio de técnicas de detección e identificación de los datos anormales.

III. MÉTODO DE LOS MÍNIMOS CUADRADOS

Los componentes de monitoreo empiezan con las mediciones en tiempo real de las cantidades físicas, tales como los flujos de potencia, inyecciones de potencia y magnitudes de voltaje, así como el estatus de interruptores ó cuchillas. Los datos son medidos en puntos del sistema y enviados a los CCE. Las mediciones anormales o con error transmitidas, son rechazadas por un filtrado sencillo, que consiste en checar la razonabilidad y consistencia de los datos. Los datos restantes son primero sistemáticamente procesados para determinar la configuración (generador y conexiones de transmisión en la red) o topología de la red. Entonces estos datos disponibles son por tanto procesados para obtener un estimado de las variables de estado (magnitudes de voltaje en los nodos y ángulos de fase en los mismos). La estimación de estado es un procedimiento matemático que calcula los mejores estimados de las variables de estado del SEP basado en los datos disponibles, que generalmente son corrompidos con errores. Antes de proceder a estimar las variables de estado, es necesario verificar la observabilidad:

- La estimación del sistema es posible si el sistema es completamente observable.
- Si no, es necesario determinar qué parte del sistema es observable.

Por otra parte, es deseable conocer si existen datos erróneos en los presentes datos y cuales datos pueden ser descartados. El análisis de observabilidad y la detección e identificación de datos erróneos son partes de la estimación de estado.

Para valorar si el estado de operación de un sistema es seguro o no ante un conjunto de contingencias, es necesario emplear un esquema para seleccionar un conjunto de

disturbios importantes. La valoración de la seguridad corrientemente involucra un análisis de flujos de carga en estado estable. Restricciones de estabilidad se expresan en términos de los límites sobre los flujos de línea. Por lo tanto, para estimar la respuesta del sistema a contingencias, se lleva a cabo la evaluación de contingencias usando estudios de flujos de carga en línea.

El cálculo exitoso de la estimación de estado en los sistemas modernos de control de energía se ha incrementado en la última década, demandándose cada vez mejores métodos de estimación de estado para SEP cada vez más grandes. Los métodos de estimación para SEP de gran escala han presentado problemas [2,3]. Uno de estos es el mal condicionamiento numérico, debido a que el estimador de estado emplea un proceso iterativo. Cuando el sistema ésta mal condicionado, se manifiesta una lenta o nula convergencia.

El **Método de los Mínimos Cuadrados (MMC)**, es uno de los más utilizados en la estimación de estados de los SEP. Partiendo de que en un SEP se tienen los parámetros eléctricos, dada cierta conectividad y que se conocen algunos estados (tensiones, posiciones del cambiador de derivaciones de los transformadores, potencias activas y reactivas, etcétera), y que se conocen algunas desviaciones de los instrumentos de medición, entonces se puede partir de la siguiente formulación matemática [2,3,4]:

$$\mathbf{z} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{e} \quad (1)$$

siendo: \mathbf{e} = error en la medición z_n , $n = 1, 2, 3, \dots, k$

\mathbf{H} = matriz con coeficientes de conectividad

\mathbf{x} = vector de estados de la red (no todos los estados son medidos),

de la Ec. (1) se tiene:

$$\mathbf{e} = \mathbf{z} - \mathbf{H}\mathbf{x} = \mathbf{z} - \mathbf{z}_{real} \quad (2)$$

De la Ec. (2) no se pueden conocer los valores reales de \mathbf{x} , pero si los estimados, $\hat{\mathbf{x}}$, debido a los errores que siempre se presentan en las medidas, con patrones y formas estadísticas. De forma que se pueden definir:

$$\hat{\mathbf{e}} = \mathbf{z} - \hat{\mathbf{z}} = \mathbf{z} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{e} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{e} + \mathbf{H}(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}) = \mathbf{e} - \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}) \quad (3)$$

La diferencia, entre los estados aproximados o estimados y los valores de estados medidos, se desea que sea cero, esto es, la suma de los errores o desviaciones se desea que sea cero, pero como algunos errores serán positivos y otros negativos, la suma tendería a cero de manera "natural".

De manera que, en lugar de usar la suma directa de los errores, se pretende que la suma de los cuadrados de dichos errores se minimice, pero de forma ponderada, por medio de una constante de peso, w_j , para cada error del j -ésimo

estado. Dicha ponderación será en función de la desviación estándar de cada medida. Entonces, la sumatoria también llamada **función objetivo (funcional o esperanza matemática)** será:

$$f = \sum_{j=1}^k w_j e_j^2 = \sum_{j=1}^k w_j (\hat{x}_j - x_j)^2 = \sum_{j=1}^k w_j (\hat{x}_j^2 - 2\hat{x}_j x_j + x_j^2) \quad (4)$$

De forma que, a mejores valores estimados y dada una ponderación adecuada, se tendrán un valor mínimo del funcional. Por ende, las condiciones necesarias para minimizar a f , son:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial f}{\partial x_1} \right|_k &= 2 \left[\sum_{j=1}^k w_j e_j \frac{\partial e_j}{\partial x_1} \right] = 2 \sum_{j=1}^k w_j (\hat{x}_j - x_j) \frac{\partial (\hat{x}_j - x_j)}{\partial x_1} = \sum_{j=1}^k w_j \left(\hat{x}_j^2 - 2\hat{x}_j \frac{\partial x_j}{\partial x_1} + \frac{\partial (x_j^2)}{\partial x_1} \right) = 0 \\ \left. \frac{\partial f}{\partial x_2} \right|_k &= 2 \left[\sum_{j=1}^k w_j e_j \frac{\partial e_j}{\partial x_2} \right] = 2 \sum_{j=1}^k w_j (\hat{x}_j - x_j) \frac{\partial (\hat{x}_j - x_j)}{\partial x_2} = \sum_{j=1}^k w_j \left(\hat{x}_j^2 - 2\hat{x}_j \frac{\partial x_j}{\partial x_2} + \frac{\partial (x_j^2)}{\partial x_2} \right) = 0 \\ &\vdots \\ \left. \frac{\partial f}{\partial x_p} \right|_k &= 2 \left[\sum_{j=1}^k w_j e_j \frac{\partial e_j}{\partial x_p} \right] = 2 \sum_{j=1}^k w_j (\hat{x}_j - x_j) \frac{\partial (\hat{x}_j - x_j)}{\partial x_p} = \sum_{j=1}^k w_j \left(\hat{x}_j^2 - 2\hat{x}_j \frac{\partial x_j}{\partial x_p} + \frac{\partial (x_j^2)}{\partial x_p} \right) = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Los valores de e_j desconocidos son reemplazados por los valores \hat{e}_j , que se pueden calcular una vez estimados los \hat{x}_j estados. Además, la Ec. (5) se puede representar por:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial e_1}{\partial x_1} & \frac{\partial e_2}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial e_k}{\partial x_1} \\ \frac{\partial e_1}{\partial x_2} & \frac{\partial e_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial e_k}{\partial x_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial e_1}{\partial x_p} & \frac{\partial e_2}{\partial x_p} & \dots & \frac{\partial e_k}{\partial x_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & w_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & w_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{e}_1 \\ \hat{e}_2 \\ \vdots \\ \hat{e}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Es sugerible que para una aminoración del funcional el número de medidas sea igual, o de preferencia mayor al número de estados a calcular o estimar. Con la Ec. (1) se cumple:

$$\frac{\partial e_j}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} [z_j - h_{ij} x_i - \dots - h_{ik} x_k] \quad (7)$$

entonces, se deduce que:

$$\frac{\partial \mathbf{e}}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{H}_{p \times k}^T \quad (8)$$

en consecuencia; de la Ec. (6) y la Ec. (8) se obtiene:

$$\mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{e} = \mathbf{0} \quad (9)$$

considerando a la Ec. (3), la Ec. (9) toma la forma:

$$\mathbf{H}^T \mathbf{W} (\mathbf{z} - \mathbf{H} \hat{\mathbf{x}}) = \mathbf{0} \quad (10)$$

al despejar a $\hat{\mathbf{x}}$ de Ec. (10) se obtiene:

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{z} = \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{z} \quad (11)$$

$\hat{\mathbf{x}}$ posee los estimados de los mínimos cuadrados ponderados de las variables de estados. \mathbf{H} regularmente será

una matriz rectangular. A \mathbf{G} se le denomina **matriz de ganancia** y es simétrica. Si faltan mediciones de forma que $p \leq k$, no se cumpla, \mathbf{G} puede ser rectangular.

Además:

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{W} (\mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{e}) = \mathbf{G}^{-1} \mathbf{G} \mathbf{x} + \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{e} = \mathbf{x} + \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{e} \quad (12)$$

por ende:

$$\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x} = \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{e} \quad (13)$$

De la Ec. (3) y la Ec. (13) se llega a:

$$\hat{\mathbf{e}} = \mathbf{e} - \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}) = \mathbf{e} - \mathbf{H} \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{e} = (\mathbf{I} - \mathbf{H} \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{W}) \mathbf{e} \quad (14)$$

\mathbf{I} es la matriz identidad, y

$$\mathbf{H} \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{e} = \mathbf{e} - \hat{\mathbf{e}} \quad (15)$$

el lado derecho de la Ec. (15) es un producto que dispersa el efecto del error en cualquier medición en alguno o en todos los estimados. Esta es la característica base de las pruebas para detectar datos erróneos.

IV. ESTADÍSTICAS Y PRUEBAS DE DATOS

Los errores aleatorios de medición provocan desviaciones entre los resultados y los cálculos. Pero tienen un comportamiento estadístico, que regularmente se representa según la función de densidad de probabilidad normal o gaussiana:

$$p(e) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{e - \mu}{\sigma} \right)^2 \right\} \quad (16)$$

siendo: σ = desviación estándar de los residuales.

μ = media de los residuales.

e = residual, variable aleatoria normal o gaussiana.

considerando a:

$$y = \left(\frac{e - \mu}{\sigma} \right) \quad (17)$$

para $-4 < y < 4$, de la Ec. (17) se observa que $\mu - 4\sigma < y < \mu + 4\sigma$, entonces, para variables continuas:

$$P = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int \exp \left\{ -\frac{1}{2} y^2 \right\} \sigma dy \quad (18)$$

Se dice que dos variables aleatorias e_i y e_j son independientes si $E(e_i, e_j) = 0$, para $i \neq j$. La suposición de que la media de una medida es cero implica que el error de cada medida tiene una misma probabilidad de tomar un valor positivo ó negativo de una magnitud dada. En consecuencia:

$$\mathbf{e}\mathbf{e}^T = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 & e_2 & \dots & e_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1^2 & e_1 e_2 & \dots & e_1 e_k \\ e_2 e_1 & e_2^2 & \dots & e_2 e_k \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e_k e_1 & e_k e_2 & \dots & e_k^2 \end{bmatrix} \quad (19)$$

suponiendo errores independientes $e_i e_j = 0$, si $i \neq j$ y que el valor esperado en un error dado es:

$$\sigma_i^2 = E[e_i^2] \quad (20)$$

para $i = 1, 2, 3, \dots, k$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} E(e_1^2) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & E(e_2^2) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & E(e_k^2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_k^2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

Una mejor varianza σ^2 , de los residuales, implica curvas más estrechas porque se tienen mediciones más exactas. Entonces la matriz de ponderación ayudará a obtener buenos resultados en la estimación, dándole un mayor peso a las mediciones más exactas:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \sigma_1^{-2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2^{-2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_k^{-2} \end{bmatrix} = \mathbf{R}^{-1} \quad (22)$$

De la Ec. (11) se definió a \mathbf{G} , ésta ahora viene dada por:

$$\mathbf{G} = \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H} = \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} \quad (23)$$

ahora, si el valor esperado de una estimación está dado mediante:

$$E[\hat{x}_i] = x_i \quad (24)$$

De la Ec. (13) y la Ec. (24) se obtiene:

$$\begin{bmatrix} E(\hat{x}_1 - x_1) \\ E(\hat{x}_2 - x_2) \\ \vdots \\ E(\hat{x}_k - x_k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E(\hat{x}_1) - x_1 \\ E(\hat{x}_2) - x_2 \\ \vdots \\ E(\hat{x}_k) - x_k \end{bmatrix} = \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{W} \begin{bmatrix} E(e_1) \\ E(e_2) \\ \vdots \\ E(e_k) \end{bmatrix} \quad (25)$$

De la Ec. (14), considerando a la Ec. (20) se llega a:

$$\begin{bmatrix} E(\hat{e}_1) \\ E(\hat{e}_2) \\ \vdots \\ E(\hat{e}_k) \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} z_1 - \hat{z}_1 \\ z_2 - \hat{z}_2 \\ \vdots \\ z_k - \hat{z}_k \end{bmatrix} = (\mathbf{I} - \mathbf{H} \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{W}) \begin{bmatrix} E(e_1) \\ E(e_2) \\ \vdots \\ E(e_k) \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (26)$$

por ende,

$$E[\hat{z}_j] = E[z_j] = z_{j,real} \quad (27)$$

Al hacer pruebas en los datos erróneos, al detectarlos, bien se pueden eliminar, o no considerar en la estimación o ponderar con un valor pequeño. Al postmultiplicar a $\hat{\mathbf{e}}$ por \mathbf{e}^T de la Ec. (14) se deduce a:

$$\hat{\mathbf{e}}\mathbf{e}^T = (\mathbf{z} - \hat{\mathbf{z}})(\mathbf{z} - \hat{\mathbf{z}})^T = (\mathbf{I} - \mathbf{H} \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1}) \mathbf{e} \mathbf{e}^T (\mathbf{I} - \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}^T) \quad (28)$$

al tomar el valor esperado de la Ec. (28) se encuentra que:

$$E[\hat{\mathbf{e}}\mathbf{e}^T] = (\mathbf{I} - \mathbf{H} \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1}) E[\mathbf{e}\mathbf{e}^T] (\mathbf{I} - \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}^T) \quad (29)$$

considerando a la Ec. (21) en la Ec. (29) se tiene:

$$E[\hat{\mathbf{e}}\mathbf{e}^T] = (\mathbf{I} - \mathbf{H} \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1}) \mathbf{R} (\mathbf{I} - \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}^T) = \mathbf{R} - \mathbf{H} \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}^T = \mathbf{R}' = \mathbf{\Omega} \quad (30)$$

La matriz $\mathbf{I} - \mathbf{H} \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1}$ es idempotente; y \mathbf{R}' es la **matriz de covarianza** de los residuos, y se utiliza para identificar las medidas erróneas y el r^N mayor, probablemente contiene el mayor riesgo de ser una medida errónea. Además, cada elemento de la diagonal del lado derecho de la Ec. (30) considerando a la Ec. (21) se representa mediante:

$$E[\hat{e}_j^2] = E[(z_j - \hat{z}_j)^2] = R'_{jj} \quad (31)$$

Como \hat{e}_j tiene un valor medio igual a cero, \mathbf{R}' es la ecuación para la varianza \hat{e}_j , lo que representa que R'_{jj} es la desviación estándar. Al dividir la Ec. (31) entre R'_{jj} , se llega a:

$$E \left[\frac{\hat{e}_j^2}{(\sqrt{R'_{jj}})^2} \right] = E \left[\frac{(z_j - \hat{z}_j)^2}{(\sqrt{R'_{jj}})^2} \right] = 1 \quad (32)$$

o bien, de la Ec. (32) se tiene:

$$r_j^N = \frac{\hat{e}_j}{\sqrt{R'_{jj}}} = \frac{z_j - \hat{z}_j}{\sqrt{R'_{jj}}} \quad (33)$$

Las matrices de la Ec. (21) y \mathbf{R}' se les denomina **matrices de covarianza**. También se puede demostrar de la Ec. (13), que la matriz de covarianza está dada por:

$$E[(\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x})(\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x})^T] = (\mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}) E(\mathbf{e}\mathbf{e}^T) (\mathbf{R} \mathbf{H} \mathbf{G}^{-1}) \quad (34)$$

Sustituyendo (33) en (4):

$$\hat{f} = \sum_{j=1}^m w_j \hat{e}_j^2 = \sum_{j=1}^m \frac{\hat{e}_j^2}{\sigma_j^2} = \sum_{j=1}^m \frac{(z_j - \hat{z}_j)^2}{\sigma_j^2} \quad (35)$$

siendo m el número de medidas. Al multiplicar el numerador y el denominador de la Ec. (35) por R'_{jj} , se tiene; considerando el valor estimado y a la Ec. (32):

$$E[\hat{f}] = E \left[\sum_{j=1}^m \frac{R'_{jj}}{\sigma_j^2} \frac{\hat{e}_j^2}{R'_{jj}} \right] = \sum_{j=1}^m \frac{R'_{jj}}{\sigma_j^2} E \left[\frac{(z_j - \hat{z}_j)^2}{R'_{jj}} \right] = \sum_{j=1}^m \frac{R'_{jj}}{\sigma_j^2} \quad (36)$$

Cabe señalar que \hat{f} siempre es igual al número de grados de libertad:

$$\text{Re} = m - \text{ve} = E[\hat{f}] = \sum_{j=1}^m E \left[\frac{z_j - \hat{z}_j}{\sigma_j^2} \right] \quad (37)$$

con: Re = redundancia, del esquema de medición, o grados de libertad.

ve = variables de estado independientes a estimar, $2n - 1$, (n = número de nodos de la red).

La variable \hat{f} se comporta de acuerdo con la ji cuadrada, dada una α que es la imprecisión y se parece mucho a la gaussiana si $Re > 30$, según se ilustra en la Fig. 1, de manera genérica. Por ejemplo, si $\alpha = 0.01$, el intervalo de confianza del funcional será 99 %.

$$\Pr(\hat{f} < \chi^2_{Re,\alpha}) = 1 - \alpha \quad (38)$$

La *chi* o *ji* cuadrada, de \hat{f} es una prueba para la detección de medidas erróneas, bajo el procedimiento siguiente:

- Usar las mediciones reales de z_j , del sistema para determinar los estimados ponderados de mínimos cuadrados, \hat{x}_k , mediante la Ec. (11).
- Sustituir los estimados, \hat{x}_k , en la Ec. (3), $\hat{z} = H\hat{x}$, para obtener los estimados de z_j de las mediciones y así, estimar los errores $\hat{e}_j = z_j - \hat{z}_j$.
- Evaluar la suma ponderada de los cuadrados:

$$\hat{f} = \sum_{j=1}^m \frac{(z_j - \hat{z}_j)^2}{\sigma_j^2} = \sum_{j=1}^m \frac{\hat{e}_j^2}{\sigma_j^2}.$$
- Determinar, para un número apropiado de grados de libertad y para una probabilidad específica de error, α , si el valor de la esperanza matemática es menor o no al valor crítico correspondiente a α . En la práctica esto significa que se satisfarán a:

$$\hat{f} < \chi^2_{Re,\alpha} \quad (39)$$

$$\hat{f} / \chi^2_{Re,\alpha} < 1 \quad (40)$$

esto es así, los datos de las mediciones y los estimados de estados se aceptan como muy aproximados.

- Cuando no se cumple la Ec. (39) y la Ec. (40) hay razones para detectar la presencia de, al menos, una medida errónea. Una vez detectada hay que omitir la medida correspondiente al más grande error estandarizado, este es obtenido por la Ec. (33) y volver a calcular los valores estimados de estado y a \hat{f} ; si se satisface la Ec. (40), entonces la medida omitida se ha identificado exitosamente como el dato erróneo.

La identificación de medidas erróneas no es sencilla de llevar a cabo. Además de que todavía no hay garantía de que los errores normalizados más grandes siempre indiquen medidas erróneas [2,4,5].

V. ESTIMACIÓN DE ESTADOS DE UN SEP

Aun cuando los resultados de un estimador de estados son similares a los flujos de carga. Los procesos de alimentación de datos y los cálculos son bastante diferentes, según se observa en la Tabla I.

La nomenclatura utilizada en la Tabla I es: IN (interruptor), CU (cuchilla), RE (banco de reactores), CP (banco de capacitores), UN (unidad generadora de energía eléctrica), LT (línea de transmisión), AT (autotransformador), TR (transformador), CEV (compensador estático de VAR), CS (capacitor serie).

Como nota adicional a la Tabla I, cabe señalar que, a los inductores y reactores en paralelo, se les suele considerar como parte de las inyecciones de Q en el nodo al que se conectan; tanto para los flujos de carga como para el estimador de estados.

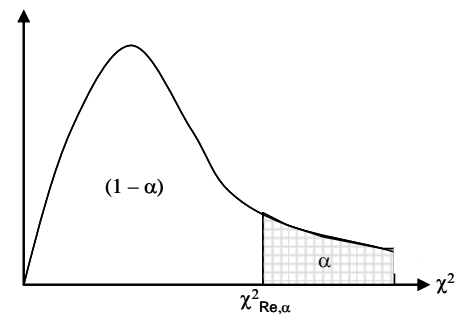


Fig. 1. Curva de la probabilidad de error específica, que describe la confianza de la variable, dada una *chi* cuadrada.

TABLA I. PROCESOS DE FLUJOS DE CARGA Y ESTIMADOR DE ESTADOS.

En el estimador de estados	En los flujos de potencia
Se alimentan los datos en tiempo real de medición y estados (abierto/cerrado), (operó/no operó), de IN, CU, RE, CP, UN, LT, AT, TR, CEV, CS, etcétera; ya que al ser dinámica la red está en cambio constante.	Se especifican las barras y se dan los valores de P , Q , V y δ .
Las unidades terminales remotas, UTR, registran las variables analógicas y digitales, y las envían al centro de control y operación del SEP, CCO.	Plantear las ecuaciones y resolver para las incógnitas.
Los estados se estiman.	Se itera hasta cumplir con el error especificado.
Se verifica la validez de los estados.	
Se ajustan o sintonizan los pesos y se omiten las medidas malas o anómalas.	

Para los operadores de los centros de control no es aconsejable el uso directo de las medidas reales, se requiere un filtrado previo (realizado por el estimador de estados).

Si se requiere la estimación de estados de un sistema eléctrico de potencia en corriente alterna, de la Ec. (1) se plantearon los valores estimados de $\hat{\mathbf{x}}$. Y de la Ec. (4) y la Ec. (35), considerando a la Ec. (2) se tiene:

$$f = \sum_{j=1}^m w_j e_j^2 = \sum_{j=1}^m \frac{e_j^2}{\sigma_j^2} = \sum_{j=1}^m \frac{[z_j - h_j(\mathbf{x})]^2}{\sigma_j^2} \quad (41)$$

Partiendo de la Ec. (9) y considerando a la Ec. (2), se tendrá:

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{e} = \mathbf{0} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial x_1} & \frac{\partial h_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial h_1}{\partial x_p} \\ \frac{\partial h_2}{\partial x_1} & \frac{\partial h_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial h_2}{\partial x_p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial h_m}{\partial x_1} & \frac{\partial h_m}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial h_m}{\partial x_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/\sigma_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1/\sigma_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1/\sigma_m^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 - h_1(\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_p) \\ z_2 - h_2(\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_p) \\ \vdots \\ z_m - h_m(\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_p) \end{bmatrix} \quad (42)$$

dando por sentado que los estimados $\hat{\mathbf{x}}$ deben minimizar a f , al ver la variación de \mathbf{H} con respecto a los valores de \mathbf{x} . Los términos de la Ec. (42) deben satisfacer a la Ec. (6).

Los términos de $\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{x}}$ dependen de \mathbf{x} , que se puede representar por \mathbf{H}_x que es la primera matriz (del lado izquierdo) de la Ec. (42). Estos son:

$$\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \begin{bmatrix} z_1 - h_1(\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_p) \\ z_2 - h_2(\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_p) \\ \vdots \\ z_m - h_m(\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (43)$$

Para resolver los estimados de la Ec. (43) se sigue el mismo procedimiento que el de flujos de carga (Newton-Raphson, Jacobi, Gauss-Seidel, etcétera). Expendiendo a \mathbf{H} en series de Taylor alrededor de la solución supuesta se tiene:

$$\begin{aligned} h_1(x_1, x_2, \dots, x_p) &= h_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_p^{(0)}) + \Delta x_1^{(0)} \frac{\partial h_1}{\partial x_1} \Big|^{(0)} + \dots + \Delta x_p^{(0)} \frac{\partial h_1}{\partial x_p} \Big|^{(0)} \\ h_2(x_1, x_2, \dots, x_p) &= h_2(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_p^{(0)}) + \Delta x_1^{(0)} \frac{\partial h_2}{\partial x_1} \Big|^{(0)} + \dots + \Delta x_p^{(0)} \frac{\partial h_2}{\partial x_p} \Big|^{(0)} \\ &\vdots \\ h_m(x_1, x_2, \dots, x_p) &= h_m(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_p^{(0)}) + \Delta x_1^{(0)} \frac{\partial h_m}{\partial x_1} \Big|^{(0)} + \dots + \Delta x_p^{(0)} \frac{\partial h_m}{\partial x_p} \Big|^{(0)} \end{aligned} \quad (44)$$

siendo:

$$\Delta x_i^{(0)} = x_i^{(1)} - x_i^{(0)} \quad (45)$$

La corrección de las variables de estado, con $x_i^{(1)}$ como el primer valor calculado de \mathcal{X}_i . Al sustituir la Ec. (44) en la Ec. (43), considerando a la Ec. (45) se llega a:

$$\mathbf{H}_x^T \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{z} - \mathbf{H}(\mathbf{x})] = \mathbf{H}_x^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}_x^{(0)} \Delta \mathbf{x}^{(0)} \quad (46)$$

El superíndice (0) es para las condiciones iniciales. Y las aproximaciones $\Delta \mathbf{x}^{(0)}$ tenderán a cero con el fin de satisfacer a la Ec. (43). Al plantear la ecuación iterativa de la Ec. (46) considerando que:

$$\Delta \mathbf{x}^{(k)} = \mathbf{x}^{(k+1)} - \mathbf{x}^{(k)} \quad (47)$$

se tiene:

$$\mathbf{x}^{(k+1)} - \mathbf{x}^{(k)} = \left[\mathbf{H}_x^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}_x^{(k)} \right]^{-1} \mathbf{H}_x^T \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{z} - \mathbf{H}^{(k)}(\mathbf{x})] \quad (48)$$

Esta ecuación se utiliza hasta que dos soluciones sucesivas converjan, teniendo un error especificado:

$$\epsilon \leq |\Delta \mathbf{x}| = |\mathbf{x}^{(k+1)} - \mathbf{x}^{(k)}| \quad (49)$$

El mal condicionamiento numérico, en la solución de \mathbf{Iz} Ec. (48) puede suceder cuando se presentan algunos de los siguientes factores:

- Disparidad en los factores de ponderación [6].
- Un gran número de mediciones de inyecciones [7].
- Conexión de líneas largas y cortas de transmisión [8].

Para SEP grandes, el factor de redundancia es aproximado a:

$$fr = \frac{3m + 4B}{2m - 1} \quad (50)$$

con: B = ramas (transformadores, líneas de transmisión, reactores en paralelo, capacitores en paralelo, etcétera,

M = nodos del sistema, además, las variables de estado serán:

$$ve = 2m - 1 \quad (51)$$

Los especialistas recomiendan que $fr \geq 4.5$; esto equivale a tener 1.5 ramas por cada nodo, así se contará siempre con una redundancia “adecuada” que ayudará al estimador de estados a depurar y filtrar las mediciones anómalas [2,5,6].

En la segunda parte de esta investigación [9], se abordan aspectos prácticos de la utilización de un estimador de estados: su explotación, ajuste y mantenimiento.

VI. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se ha descrito la teoría básica de un estimador de estados utilizado en los SEP, partiendo del concepto de seguridad en dichos sistemas.

Posteriormente, se describió el método de los mínimos cuadrados, sus características y base probabilística del mismo. Además, se explicó sobre la estadística y pruebas de datos, los errores aleatorios de medición que provocan desviaciones entre los resultados y los cómputos. Enfatizando su comportamiento estadístico cercano a la

densidad de probabilidad normal o gaussiana. Y finalmente, se aterrizó la teoría a las ecuaciones de flujo del SEP y se señalaron varias recomendaciones útiles en el modelado de los SEP por medio del estimador de estado.

Se requiere conocer la teoría de los estimadores de estado para interpretar adecuadamente los resultados de un estimador de estados que esté funcionando en tiempo real. En la segunda parte de esta investigación, dicha situación se estará analizando en forma relativamente detallada [9].

REFERENCIAS

- [1] Vénikov, V., Procesos transitorios electromecánicos en los sistemas eléctricos de potencia, editorial MIR, primera edición, páginas 467 a 474, URSS, 1986.
- [2] Grainger John J, y Stevenson William D. Jr., Análisis de sistemas de potencia, editorial McGraw Hill, primera edición, páginas 603 a 646, México, 1989.
- [3] Gómez Expósito, Martínez Ramos, Rosendo Macías, Romero Ramos y Riquelme Santos, Sistemas de eléctricos de potencia, problemas y ejercicios resueltos, editorial Prentice Hall, primera edición, páginas 123 a 139, España, 2005.
- [4] Walpole y Myers, Probabilidad y estadística, editorial McGraw Hill, cuarta edición, páginas 241 a 296, México, 2016.
- [5] Kothari y Nagrath, Sistemas eléctricos de potencia, editorial McGraw Hill, tercera edición, páginas 531 a 555, México, 2012.
- [6] J.W. Gu, K.A. Clements, G.R. Krumpholz and P.W. Davis, The solution of ill-conditioned power system state estimation problems via the method of Peter and Wilkinson, Procc. PICA, mayo 1983, Houston.
- [7] F.C Aschmoncit, N.M. Perterson and E.C. Adrian, State estimation whit equality constraint, Procc. PICA, mayo 1977, Toronto.
- [8] A. Monticelli, C.A. Murai and F.F. Wu, A hybrid state estimator: solving normal equations by orthogonal transformations, IEEE Trans. Power App. and Systems, PAS-105, diciembre 1985.
- [9] Camilo Narvaez Pérez, Estimación de estados en sistemas de potencia en tiempo real, Gerencia de Control Occidental; parte II: Aplicación, 5o. Congreso de Energía UG, Salamanca, Guanajuato, México, Identidad Energética (ISSN: 2448 - 7775), p 1-7, octubre 2022.

BIOGRAFÍAS



CAMILO NARVAEZ PÉREZ Egresado de la Universidad de Guadalajara como Ingeniero Mecánico Electricista (1997), Maestro en Ciencias en el área de Ingeniería Eléctrica en el CINVESTAV Unidad Guadalajara (2000). Licenciado en Matemáticas (2022) en la UnADM. Ha laborado desde el 2002 labora en el Centro Nacional de Control de Energía, CENACE, como Analista

de Redes Eléctricas, aplicaciones de potencia y jefe de evaluación y estadística, además ser profesor de Ingeniería en diversas universidades. Su área de interés es sobre los transitorios electromagnéticos, pronóstico de carga y la generación alternativa de energía eléctrica (MHD, eólica y solar, principalmente).



DANTE ARISTÓTELES GARCÍA CONEJO. Es egresado como Ing. Mecánico Electricista (IME); del ITESM, Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey, Campus Monterrey. Maestría en Ciencias con Especialidad en Ingeniería Energética (MIE); ITESM, Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey, Campus Monterrey. Desde el año 2006 labora como analista de redes eléctricas

en el CENACE, Centro Nacional de Control de Energía, Área de Control Occidental, de la CFE Comisión Federal de Electricidad.

HUGO HUMBERTO MORENO LÓPEZ Egresado de la Tecnológico Regional de León (1992), Maestro en Ingeniería Especialidad Alta Tensión en la FIMME UG (1997) y obtiene el PhD en Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Paris IX & Supélec (école supérieure d'électricité) en 2005. Actualmente labora en la Subgerencia de Planeación y Estrategia Operativa (GCROC-CENACE). Interés sobre optimizaciones, estudios dinámicos de estabilidad transitoria y pequeña señal.



MANUEL ALEJANDRO TORRES AHUMADA Es egresado del Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey (ITESM), Campus Guadalajara, como Ingeniero en Mecatrónica (2009), Maestro en Administración Empresarial (2014) del ITESM, Campus Virtual. Desde el año 2021 es el Gerente de la Gerencia de Control Regional Occidental del Centro Nacional de Control de Energía, responsable del control de la energía en los estados de Guanajuato, Querétaro, Aguascalientes, Michoacán, Colima, Zacatecas, San Luis Potosí, Hidalgo, Nayarit y Jalisco.



JOSÉ JUAN MEZA ESPINOZA Egresado de la Universidad de Guadalajara como Ingeniero en Comunicaciones y Electrónica (1997), Maestro en Ciencias en el área de Ingeniería Eléctrica en el CINVESTAV Unidad Guadalajara (1997), Licenciado en Matemáticas (2020) en la UnADM. Ha laborado como diseñador de hardware y software en Mixbaal, DDTec, CTS - CINVESTAV, MoviGo Tech, además ser profesor de ingeniería en diversas universidades en CUCEI, CUCEA, LAMAR, Universidad Marista, UTEG y INAESA. Su área de interés es procesamiento de imágenes y señales digitales.